



## شبیه سازی و بررسی تاثیر پارامترهای تماس تایر با جاده در حالت بارگذاری استاتیکی

امین کلاه دوز<sup>۱\*</sup>، ساسان امینیان دهکردی<sup>۲</sup>، محمد فاضلی<sup>۳</sup>

\* نویسنده مسئول: aminkolahdooz@iaukhsh.ac.ir

### چکیده

در بررسی طراحی یک تایر گستره وسیعی از بار گذاری را باید در نظر گرفت. محاسبه و شبیه سازی مسایلی چون شبه استاتیکی و یا استاتیک و یا دینامیکی در مورد تایرها به واسطه شرایط غیر خطی ماده، پیچیدگی هندسه و شرایط بارگذاری به روش های تحلیلی بسیار مشکل و گاهی غیر ممکن می باشد. در این جا ما سعی داریم به معرفی کاربرد روش اجزا محدود در مواد هایپرالاستیک پرداخته و مسئله تماس تایر با سطح جاده را در بارگذاری استاتیکی با این روش حل نماییم.

### واژه های کلیدی

هایپرالاستیک ، بارگذاری استاتیکی ، شرایط غیر خطی ماده ، پیچیدگی هندسی

- ۱- استادیار، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، اصفهان، ایران.
- ۲- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، اصفهان، ایران.
- ۳- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، مازندران، ایران.

۱- مقدمه

استفاده نمود و علاوه بر آن در تعریف معادله ساختاری نیز بزرگ بودن تغییر شکل وارد شود، آنگاه تانسور تنش به عنوان مشتق تابع پتانسیل نسبت به تغییر شکل تعریف خواهد شد که همان معادله ساختاری مربوط به مواد ابرالاستیک خواهد بود. این تعریف به فرم معادله زیر ظاهر می شود:

$$S_{ij} = \frac{\partial W}{\partial E_{ij}} = 2 \frac{\partial W}{\partial C_{ij}}, E_{ij} = \frac{1}{2}(C_{ij} - \delta_{ij}) \quad (1)$$

$S_{ij}$ : مولفه تانسور تنش دوم پیولا-کریشف

$W$ : تابع انرژی کرنشی در واحد حجم

$E_{ij}$ : مولفه تانسور تغییر فرم راست کرنش گرین - لاگرانژ

$C_{ij}$ : مولفه های تانسور تغییر فرم راست کوشی - گرین

$\delta_{ij}$ : دلتای کرونگر

تانسور تغییر شکل  $C_{ij}$  به صورت تابعی از تانسور گرادیان تغییر شکل پذیری بیان می شود:

$$C_{ij} = F_{ik} F_{kj}, F_{ik} = \frac{\partial x_i}{\partial X_k} \quad (2)$$

$F_{ij}$ : مولفه گرادیان تغییر فرم

$X_i$ : پیکره تغییر فرم نیافته

$x_i = X_i + U_i$ : پیکره تغییر فرم یافته

$U_i$ : میدان تغییر مکان

مقادیر ویژه تانسور  $C_{ij}$  عبارتند از:  $\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2$  و تنها هنگامی وجود دارند که:

$$\det(C_{ij} - \lambda_p^2 \delta_{ij}) = 0 \quad (3)$$

که به صورت زیر خلاصه می شود:

$$\lambda_p^6 - I_1 \lambda_p^4 + I_2 \lambda_p^2 - I_3 = 0 \quad (4)$$

ابرالاستیک به موادی اطلاق می شود که می توانند کرنش های الاستیک بزرگ به طور برگشت پذیر را ارائه دهند. مواد لاستیکی و بسیاری از پلی مرها در این گروه مواد قرار می گیرند. این مواد به علت رفتار غیر خطی خود در تحلیل های مکانیکی، بسیار پیچیده می باشند به طوری که اگر این خواص غیر خطی ماده با غیر خطی بودن هندسه نیز همراه شود بسیار پیچیده تر شده و گاهی روش های تحلیلی در حل این گونه مسایل ناکارآمد می باشند. به این منظور روش اجزاء محدود با تعریف المان هایی که این خواص غیر خطی را دارا هستند و گسسته سازی مسئله راه کاری مناسب را پیشنهاد داده است.

یکی از این مسایل پیچیده بررسی طراحی یک تاپر می باشد. در بررسی طراحی یک تاپر گستره وسیعی از بار گذاری را باید در نظر گرفت. محاسبه شبیه سازی مسایلی چون شبه استاتیکی و یا استاتیکی و یا دینامیکی در مورد تاپرها به واسطه شرایط غیرخطی ماده، پیچیدگی هندسه و شرایط بارگذاری به روش های تحلیلی بسیار مشکل و گاهی غیر ممکن می باشد. در این جا ماسعی داریم به معرفی کاربرد روش اجزاء محدود در مواد های ابرالاستیک پرداخته و مسئله تماس تاپر با سطح جاده را در بارگذاری استاتیکی با این روش حل نماییم.

در ابتدا روش اجزاء محدود را برای مواد های ابرالاستیک معرفی کرده و نکات لازم را در این باب ذکر می کنیم و در بخش های بعد به عنوان یک مثال از این موارد مسئله تاپر را حل می کنیم.

۲- روش اجزاء محدود و مواد ابر الاستیک

ماده ای الاستیک نامیده می شود که تابع پتانسیل الاستیکی برای آن وجود داشته باشد به طوری که تابع اسکالری از تانسور کرنش بوده و مشتق آن نسبت به مولفه کرنش، تنش را نتیجه دهد. حال چنانچه اندازه این تغییر شکل ها بزرگ باشد که دیگر نتوان از تانسور کرنش بینهایت کوچک

که در رابطه فوق  $I_1, I_2, I_3$  ناورداهای تانسور  $C_{ij}$  بوده و به صورت زیر تعیین می شوند:

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = J^2 \quad J = \det[F_{ij}] \end{aligned} \quad (5)$$

J که به آن ژاکوبین نیز گفته می شود این چنین نیز تعریف می شود؛ نسبت حجم الاستیک تغییر شکل یافته به حجم اولیه ماده می باشد.

با فرض ایزوتروپیک بودن ماده معمول است که تابع انرژی کرنشی بر حسب ترم های ناورداهای کرنش یا مولفه های اصلی تانسور کشیدگی بیان شود.

$$W = W(\bar{I}_1, \bar{I}_2, J) = W(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3, J) \quad (6)$$

در ادامه مدل های مختلف پتانسیل کرنشی که در نرم افزار ABAQUS کاربرد دارد را معرفی می کنیم:

Arruda-Boyce

Marlow

Mooney-Rivlin

Neo Hooke

Ogden

Polynomial

Reduced Polynomial

Van der Waals

Yeo

از این میان به معرفی روابط Mooney-Rivlin در شکل می پردازیم که در ادامه و مسئله حل شده این مدل را برای تعریف خواص ابرالاستیک در نظر می گیریم:

$W=C_{10}(I_1-3) + C_{01}(I_1^{-3})$	ABS PMMA PMMA/ABS	Large elastic strain deformation for uniaxial tension, biaxial tension and simple shear
--------------------------------------	-------------------------	---

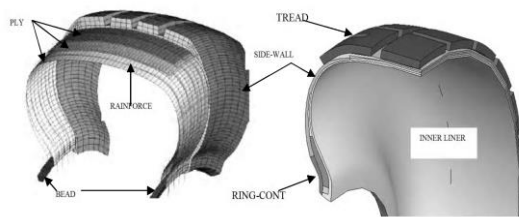
(7)

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 2C_{10}\left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}\right) + 2C_{01}\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right) & \sigma_{11} = \sigma_{22} &= 2C_{10}\left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda^4}\right) + 2C_{01}\left(\lambda^4 - \frac{1}{\lambda^2}\right) \end{aligned}$$

### ۳- کاربرد

#### ۳-۱- تعریف مسئله

در اینجا ما سعی داریم یک تایر را با مشخصات نشان داده شده در شکل ۱ تحت بار گذاری مشخص به روش اجزا محدود مورد بررسی قرار دهیم. در این مسئله تایر در حالت استاتیکی تحت بار ناشی از وزن خودرو، در تماس با سطح جاده قرار می گیرد که در نهایت تنش های ناشی از این بار و عکس العمل آن در جاده را روی تایر مورد بررسی قرار می دهیم. همان طور که در شکل پیدا است تایر از مواد لایه های مختلفی تشکیل شده که تماماً در نرم افزار ABAQUS مدل سازی می شود.



شکل ۱. مدل تایر در نظر گرفته شده با چندین لایه

جدول (۱) المان های به کار رفته و محل کاربرد

نوع المان	کاربرد
C3D8R	المان های سه بعدی تایر
R3D4	المان های صلب جاده و رینگ
SFM3D4	المان های REINFORCE

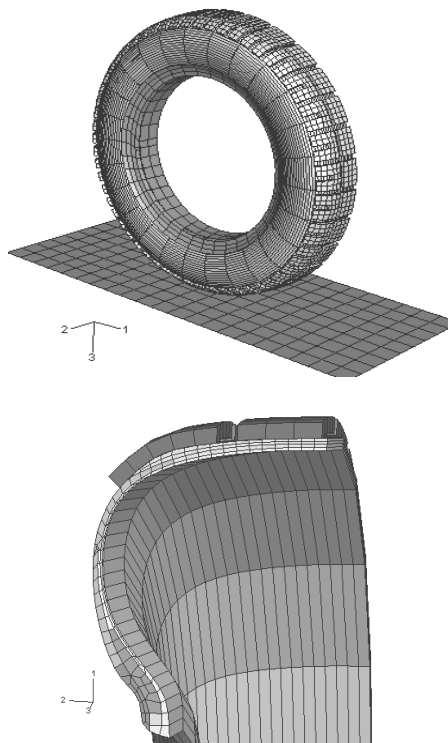
شکل (۲) هندسه کلی مسئله و نحوه قرار گیری بر سطح جاده را نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود هندسه را به صورت متقارن در نظر گرفته و تنها نیمی از تایر مدل سازی می شود که این کار با هدف کاهش محاسبات و با توجه به متقارن بودن هندسه و بار گذاری می باشد.

شرایط تقارن در نظر گرفته می شود) به محل نقطه مرجع رینگ وارد می شود.

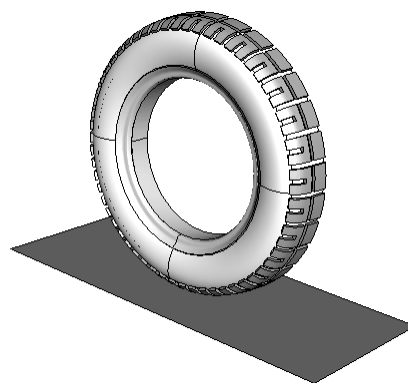
قابل توجه است که کلیه ی تحلیل ها بصورت استاتیکی می باشد.

### ۳-۳- مش بندی

شکل (۳) مدل مش بندی شده تایر و جاده را نشان می دهد. المان های به کار رفته در این مجموعه در جدول (۱) گردآوری شده است. همان طور که مشاهده می شود المان های دو بعدی و سه بعدی در مسئله به کار رفته است. نکته مهم در مورد عملکرد المان هایی است که در مکان هایی که REINFORCE به کار رفته می باشد که این المان ها در کل تایر به صورت EMBEDDED قرار دارند و کل تایر برای آنها HOST می باشد. در نتیجه نرم افزار هر جا به المان هایی که میزبان هستند برسد که در انجا المان گنجانده شده قرار گرفته باشد سختی المان های گنجانده شده برای آنها در نظر گرفته می شود.



شکل (۳) مدل مش بندی شده



شکل (۲) هندسه مسئله

### ۳-۲- شرایط مرزی، بار گذاری و آنالیز

در این مسئله رینگ از ماده ای صلب تشکیل شده که نهایتاً حرکت آن را تنها وابسته به یک نقطه به نام نقطه مرجع می توان کرد. بار فشاری ناشی از وزن خودرو نیز به همین نقطه در راستای عمود بر سطح جاده قرار می گیرد. خود تایر نیز با توجه به تقارن مسئله به صورت متقارن در نظر گرفته می شود. جاده نیز با یک صفحه صلب که همانند رینگ تنها به حرکت یک نقطه مرجع وابسته شده مدل سازی شده است. آنالیز این مسئله ۴ مرحله دارد:

۱- مرحله ایجاد تماس بین تایر و رینگ: در این مرحله رینگ تنها در راستای عمود بر سطح جاده (در راستای محور تقارن خود) با یک جابه جایی کوچک در تماس با تایر قرار می گیرد.

۲- مرحله ایجاد فشار داخلی تایر: در این مرحله بار گذاری فشاری بر سطح داخلی تایر که در حقیقت تقریبی از فشار باد تایر می باشد مدل سازی می شود.

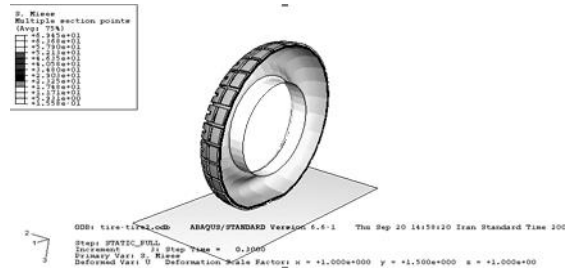
۳- مرحله ایجاد تماس بین سطح جاده و تایر: با توجه به نسبی بودن حرکت سطح جاده با یک جابه جایی کوچک در راستای بردار عمود بر خود در تماس با تایر قرار می گیرد.

۴- بار گذاری نهایی: در این مرحله بار ناشی از وزن خودرو که به یک تایر وارد می شود (نیمی از این بار به خاطر

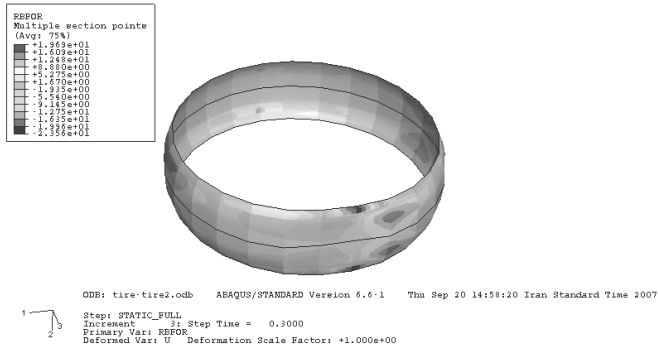
#### ۴- نتایج

بعد از پایان یافتن تحلیل در این قسمت نتایج به دست آمده را بررسی می کنیم. شکل (۴) مدل تغییر شکل یافته را در انتهای بارگذاری نمایش می دهد. نمودار شکل (۵) سطح تماس تایر را با جاده در طول ۴ مرحله تحلیل به نمایش می گذارد.

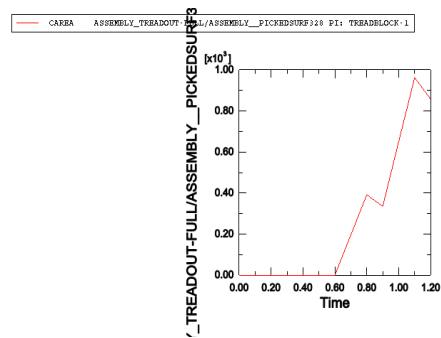
همان طور که در شکل (۱) مشاهده شد مدل در نظر گرفته شده دارای سه لایه مسلح می باشد. تنش در این سه لایه و بررسی آن مسئله مهمی در طراحی تایر می باشد چرا که این لایه ها همچون کمربندهایی که نیروی کششی را تحمل می کنند تایر را در برابر بارهای کششی و پارگی مقاوم می کنند. شکل های (۶)، (۷) و (۸) مقدار نیرو را در این سه لایه نشان می دهد.



شکل (۴) تغییر شکل نهایی تایر



شکل (۶) مقدار بار در لایه اول حامل REINFORCE



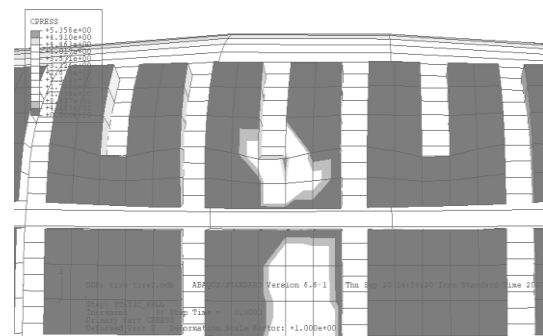
شکل (۷) مقدار بار در لایه دوم حامل REINFORCE

شکل (۵) نمودار سطح تماس تایر و جاده در طول تحلیل

از نتایج مهم دیگر میزان تنش فشاری ناشی از تماس تایر و جاده در اثر بار ناشی از وزن می باشد. شکل ۶ در بر دارنده مقدار این تنش در محل تماس می باشد.



شکل (۸) مقدار بار در لایه سوم حامل REINFORCE



شکل (۶) تنش فشاری ناشی از تماس با جاده

- مراجع:
- “Steady-state rolling analysis of a tire”, Section 3.1.2.
  - “Import of a steady-state rolling tire”, Section 3.1.6
- [1] Joshua Robert Herron , Application of ALE contact to Composite Shell Finite Element model for Pneumatic Tires , The University of Toledo , May 2005.
  - [2] Yukio Nakajima, Analytical model of longitudinal tire traction in snow, *Journal of Terramechanics* , vol.40 , 2003, pp.63–82.
  - [3] J.R. Cho, J.H. Choi, W.S. Yoo, G.J. Kim, J.S. Woob, Estimation of dry road braking distance considering frictional energy of patterned tires, *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 42 , 2006, pp. 1248–1257.
  - [4] Yanhai Xu , Liping Jia , Jianwu Zhang, Modeling tire/road contact using piecewise Ritz procedure, *Journal of Terra mechanics*, vol. 42 , 2005, pp. 99–113.
  - [5] Xiangqiao Yan, Non-linear three-dimensional finite element modeling of radial tires, *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 58 , 2001, pp. 51–70.
  - [6] Ergin Tonuk, Y. Samim Unlusoy, prediction of automobile tire cornering force characteristics by finite element modeling and analysis, *computers and structures*, vol. 79 , 2001, pp. 1219-1232.
  - [7] K. Hofstetter, Ch. Grohs, J. Eberhardsteiner, H.A. Mang, Sliding behaviour of simplified tire tread patterns investigated by means of FEM, *Computers and Structures*, vol. 84 , 2006 , pp. 1151–1163.
  - [8] ABAQUS Technology Brief , An Integrated Approach for Transient Rolling of Tires ,TB-03-TRT-1.
  - [9] ABAQUS Version 6.6 documentation references:
    - Analysis User’s Manual:
      - “Defining reinforcement”, Section 2.2.3.
      - “Steady-state transport analysis”, Section 6.4.1.
      - “Symmetric model generation”, Section 7.8.1.
      - “Hyperelastic behavior”, Section 10.5.1.
    - Example Problems Manual:
      - “Symmetric results transfer for a static tire analysis,” Section 3.1.1.



