

## بررسی عددی شروع رشد تورق در تیر کامپوزیتی یک سرگیردار با دو لبه متقارن

محمود مهرداد شکرپه<sup>۱\*</sup> محمد حیدری رارانی<sup>۲</sup> سجاد رحیمی<sup>۳</sup>

\* نویسنده مسئول: shokrieh@iust.ac.ir

### چکیده

هدف اصلی این تحقیق بررسی شروع رشد تورق I در کامپوزیت‌های لایه‌ای چند جهتی با ترک بین دو لایه صفر درجه است. به عبارت دیگر تاثیر لایه‌های دور دست محل تورق، بر توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در پیشانی ترک و مقدار بار بحرانی نمونه تیر یک سرگیردار دولبه بررسی شده است. همچنین شرایط لازم برای تعیین چقرمگی شکست بین لایه‌ای تیر یک سرگیردار دولبه با چیدمان دلخواه، بر اساس معادل‌سازی آن با چیدمان تک‌جهته مشخص شده است. ابتدا تیر یک سرگیردار دولبه کامپوزیتی در نرم‌افزار اجزا محدود ANSYS به صورت سه‌بعدی مدل‌سازی شده و مقدار چقرمگی شکست بین لایه‌ای آن با روش بسته شدن مجازی ترک محاسبه شده است. سپس با مطالعه دقیق توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی برای چیدمان‌های مختلف، پارامتر غیر یکنواختی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی به نام  $\beta$ ، که مقدار آن وابسته به چیدمان لایه‌ها و ابعاد هندسی قطعه است، ارائه شده است. مقایسه نتایج اجزا محدود با نتایج تجربی موجود در منابع دیگر نشان می‌دهد که اگر  $\beta < 20\%$  باشد مقدار چقرمگی شکست تیر یک سرگیردار دولبه چند جهتی با خطایی کمتر از  $3/6$  درصد با چقرمگی شکست کامپوزیت تک‌جهتی برابر است. بنابراین می‌توان مقدار بار بحرانی شروع رشد تورق در چند لایه‌های کامپوزیتی را با دقت خوبی از روابط تحلیلی موجود با داشتن چقرمگی شکست کامپوزیت تک‌جهته بدون انجام آزمایش پیش‌بینی کرد.

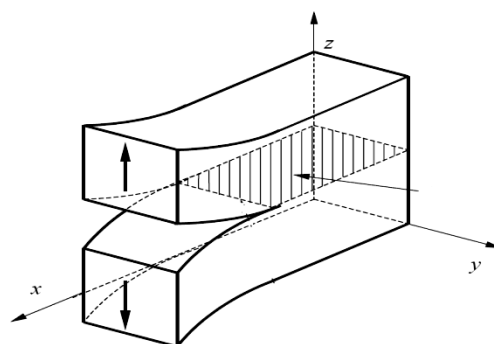
**واژه‌های کلیدی:** چقرمگی شکست، تورق، تیر یک سرگیردار دولبه، نرخ رهایی انرژی کرنشی، روش اجزا محدود.

- ۱- استاد، آزمایشگاه تحقیقاتی کامپوزیت، قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران.
- ۲- دانشجوی دکتری، آزمایشگاه تحقیقاتی کامپوزیت، قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران.
- ۳- کارشناس ارشد، آزمایشگاه تحقیقاتی کامپوزیت، قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

۱- مقدمه

افزایش روزافزون کامپوزیت‌ها در صنایع مختلف به خصوص صنعت هوافضا باعث شده است تا مطالعه دقیق مدهای تخریب در این مواد به منظور بهبود عملکرد آنها بیشتر مورد توجه قرار گیرد. تورق<sup>۱</sup> در مواد کامپوزیت به طور جدی از دهه ۱۹۷۰ به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفت و هم اکنون به عنوان یکی از مهمترین مدهای تخریب در چندلایه‌های کامپوزیتی می‌باشد. این نوع تخریب ناشی از تنش‌های کششی و برشی بین لایه‌های به وجود آمده در راستای ضخامت است که ممکن است نتیجه یکی از عوامل زیر باشد:

- اثرات لبه آزاد<sup>۲</sup>
- ناپیوستگی‌های موجود در سازه
- عیوب موضعی به وجود آمده در فرایند تولید یا شرایط کارکرد مانند ضربه، سوراخکاری و تغییرات دما و رطوبت.
- مکانیزم‌های تخریب داخل سازه مانند ترک خوردن ماتریس تورق دارای سه مُد تخریب است: مُد I (باز شدن ترک<sup>۳</sup>)، مُد II (برش داخل صفحه‌ای<sup>۴</sup>) و مُد III (برش خارج صفحه‌ای<sup>۵</sup>). در عمل ممکن است ترکیبی از این سه مُد اتفاق بیفتد [۱]. اما برای بررسی تخریب در مدهای ترکیبی ابتدا لازم است مدهای خالص به دقت بررسی شوند. شکل (۱) مُد I تورق را در چندلایه کامپوزیتی نشان می‌دهد.



شکل (۱) مُد I تورق، باز شدن ترک [۱].

برای بررسی مُد I تورق در کامپوزیت‌های لایه‌ای، تیر یک سرگیردار دولبه (DCB)<sup>۶</sup> به دلیل سادگی و رشد ترک پایدار در آن توسط محققان زیادی مورد استفاده قرار گرفته است. مقاومت به رشد تورق یا چقرمگی شکست در کامپوزیت‌های لایه‌ای با نرخ رهایی انرژی کرنشی (SERR)<sup>۷</sup> بیان می‌گردد. این کمیت را می‌توان به سه روش تحلیلی، عددی و تجربی محاسبه کرد. تاکنون مدل‌های تحلیلی مختلفی برای تعیین نرخ رهایی انرژی کرنشی (G<sub>I</sub>) در نمونه DCB ارائه شده است [۲-۸]. همچنین مولون و همکارانش [۹] چقرمگی شکست نمونه‌های DCB نامتقارن را به روش تحلیلی و تجربی تعیین کردند. گانگ و همکارانش [۱۰] آزمایش‌هایی را بر روی نمونه‌های DCB چند جهتی تحت مُد I خالص انجام دادند. پیرا و مورایس [۱۱] شکست نمونه‌های DCB تک‌جهته و چند جهتی را تحت بارگذاری ترکیبی مُد I و II مطالعه کرده و یک مدل تیر برای پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی پیشنهاد دادند. از بین روش‌های ذکر شده برای بررسی چقرمگی شکست، این تحقیق بر روش عددی محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی متمرکز شده است. در محاسبه عددی SERR در سال‌های اخیر روش بسته شدن مجازی ترک<sup>۸</sup> (VCCT) به دلیل سادگی بیشترین کاربرد را داشته است. تاریخچه و جزئیات استفاده از VCCT توسط کروجر [۱۲] ارائه شده است. شون و همکارانش [۱۳] خواص مکانیک شکست نمونه‌های DCB را برای مواد مختلف با ترک بین دو لایه با زوایای متفاوت با استفاده از روش عددی و آزمایش‌های تجربی مطالعه کردند. نقی‌پور و همکارانش [۱۴] به بررسی اثر چیدمان لایه‌ها بر گسترش تورق در چندلایه‌های کامپوزیتی با استفاده از آزمایشات تجربی و روش المان محدود پرداختند. مورایس و مورا [۱۵] مطالعه‌ای تجربی و عددی بر پدیده مُد I شکست در نمونه‌های DCB با چیدمان<sub>۱۲</sub> [۰°/۹۰°] انجام دادند. دیویدسون و قریبان [۱۶] روش‌های مبتنی بر انرژی برای پیش‌بینی گسترش تورق در چندلایه‌های کامپوزیتی را مطالعه کردند.

۶- Double Cantilever Beam

۷- Strain Energy Release Rate

۸- Virtual Crack Closure Technique

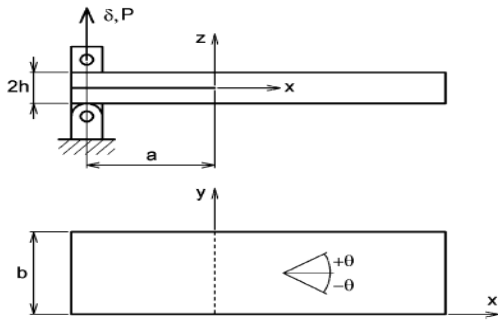
۱- Delamination

۲- Free Edge Effects

۳- Opening Mode

۴- In-plane Shearing Mode

۵- Anti-Plane Shearing Mode



شکل (۲) هندسه و بارگذاری یک نمونه DCB [۷].

جدول (۱) خواص مکانیکی تک جهتی کامپوزیتی [۱۳] و [۱۷].

| شماره ۲   | شماره ۱  | خواص مواد               |
|-----------|----------|-------------------------|
| T۳۰۰/۲۵۰۰ | IMV/۸۵۵۲ |                         |
| ۱۱۷       | ۱۶۰      | $E_{11} (GPa)$          |
| ۸/۵۴      | ۱۰/۱     | $E_{22} = E_{33} (GPa)$ |
| ۳/۹۰      | ۴/۸۰     | $G_{12} = G_{13} (GPa)$ |
| ۲/۸۳      | ۳/۲۰     | $G_{23} (GPa)$          |
| ۰/۲۸      | ۰/۳۱     | $\nu_{12} = \nu_{13}$   |
| ۰/۵۰      | ۰/۵۲     | $\nu_{23}$              |

## ۲-۲- مدل سازی محدود

علاوه بر معیارهای سنتی که بر اساس تنش کار می کنند، امروزه روش های مبتنی بر مکانیک شکست برای آنالیز تخریب در چندلایه های کامپوزیتی در فاز طراحی گسترش زیادی یافته اند. لذا محاسبه عددی چقرمگی شکست بین لایه ای در چندلایه های کامپوزیتی از اهمیت خاصی برخوردار است. از بین روش های موجود برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی، روش VCCT به دلیل سادگی و همچنین محاسبه تک تک مدهای تخریب بیشترین استفاده را دارد [۱۲]. برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی، پس از مدل سازی المان محدود و به دست آوردن نیروها و جابجایی ها در گره های نوک ترک و مجاور آن، با توجه به دو یا سه بعدی بودن مدل تحلیل شده می توان از روش VCCT استفاده کرد. در این تحقیق قطعه DCB در نرم افزار المان محدود ANSYS مدل سازی شده و با المان سه بعدی لایه ای SOLID۴۶ المان بندی شده است. شرایط مرزی و بارگذاری اعمال شده روی قطعه به صورت زیرند:

برای مطالعه شروع رشد تورق در کامپوزیت های لایه ای چند جهتی<sup>۱</sup> لازم است چقرمگی شکست بین لایه ای آنها مشخص شود. بر خلاف مواد همگن و کامپوزیت های تک جهتی<sup>۲</sup>، تعیین دقیق پارامترهای شکست در کامپوزیت های لایه ای چند جهتی بدون انجام آزمایش امری مشکل به نظر می رسد. بنابراین یافتن روشی برای تعیین مُد I چقرمگی شکست ( $G_{Ic}$ ) و بار بحرانی شروع تورق ( $P_c$ ) در کامپوزیت های چند جهتی با دانستن خواص کامپوزیت های تک جهته، به گونه ای که انجام آزمایش لازم نباشد، بسیار مفید خواهد بود. لذا در این تحقیق، با فرض دانستن خواص مکانیکی چندلایه کامپوزیتی و چقرمگی شکست قطعه DCB تک جهتی، راهکاری مناسب برای پیش بینی  $G_{Ic}$  نمونه DCB چند جهتی متقارن، بدون انجام آزمایش ارائه شده است. برای ارزیابی روش پیشنهادی، قطعه DCB به صورت سه بعدی در نرم افزار المان محدود ANSYS مدل سازی شده و با استفاده از روش VCCT مقدار  $G_{Ic}$  آنها محاسبه شده است و در نهایت با نتایج تجربی موجود مقایسه شده است.

## ۲- تحلیل اجزا محدود نمونه DCB

در ادامه در مورد نحوه تحلیل اجزاء محدود مسئله بحث شده است:

### هندسه و مواد

در این تحقیق ابعاد نمونه DCB مطابق با داده های مرجع [۱۳] در نظر گرفته شده است. مطابق شکل (۲) طول کلی قطعه DCB  $200\text{mm}$ ، عرض قطعه  $b = 20\text{mm}$ ، ضخامت کل  $2h = 3/12\text{mm}$  و طول ترک  $a = 50\text{mm}$  فرض شده است. تعداد لایه های قطعات DCB در این تحقیق در برابر با ۲۴ لایه و ضخامت آنها نیز یکسان در نظر گرفته شده است. جدول (۱) خواص مکانیکی دو ماده متفاوت استفاده شده در این تحقیق را بر اساس اطلاعات دو مرجع [۱۳] و [۱۷] نشان می دهد.

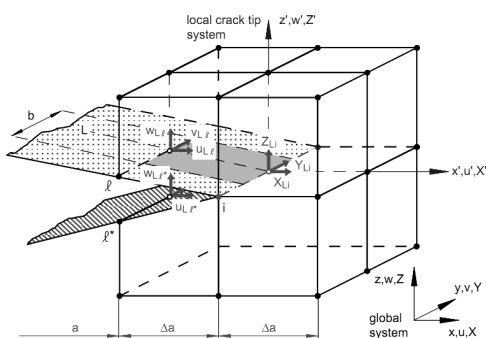
۱- Multidirectional laminated composites

۲- Unidirectional laminated composites

قرار گرفته‌اند که هر المان از سمت وسط تیر به ترتیب شامل ۱، ۳، ۴ و ۴ لایه می‌باشد. پس از تحلیل اجزا محدود و با داشتن نیروها و جابه‌جایی‌های گرهی با استفاده از VCCT مطابق با رابطه (۱) و شکل (۴) می‌توان مقدار SERR را محاسبه کرد [۱۲]:

$$G_I = \frac{1}{2 \Delta a \times b} Z_i (w_i - w_{i*}) \quad (1)$$

که  $G_I$  نرخ رهایی انرژی کرنشی،  $w_i$  و  $w_{i*}$  جابه‌جایی نسبی اولین ردیف گره‌ها بلافاصله پس از نوک ترک،  $\Delta a$  اندازه المان در امتداد نوک ترک،  $b$  عرض المان و  $Z_i$  نیرو در نقطه گرهی  $i$  در نوک ترک هستند.

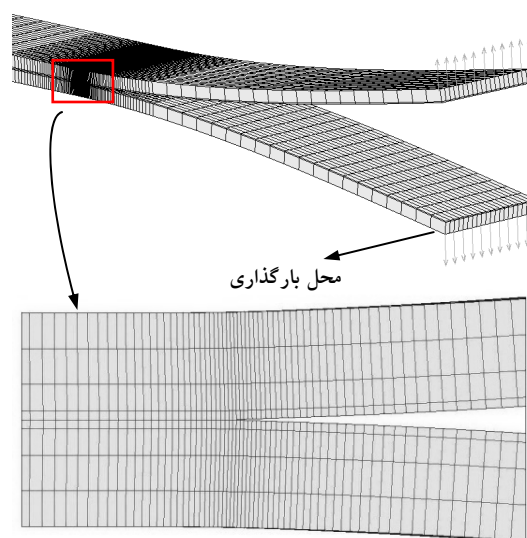


شکل (۴) روش بسته شدن مجازی ترک برای المان هشت گرهی سه‌بعدی [۱۲].

چدن میدان تنش در مجاورت ترک به دلیل متغیر بودن خواص مکانیکی در دو طرف آن رفتاری نوسانی دارد، لذا مقادیر به دست آمده از VCCT برای SERR به اندازه المان در نوک ترک حساسیت دارند. بنابراین در ابتدا آنالیز حساسیت به اندازه المان برای نمونه  $24^\circ$  انجام شده است. اثرات تغییر  $\Delta a$  بر SERR در جدول (۲) نشان داده شده است. شون و همکاران [۱۳] با توسعه یک کد المان محدود، مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی را برای چیدمان  $24^\circ$ ، ماده شماره ۱ و  $P=100\text{ N}$ ، برابر با  $1485/1\text{ J/m}^2$  گزارش کردند. مطابق نتایج جدول (۲)، مدل‌سازی انجام شده در این تحقیق نتایج سازگاری را با نتایج آنها نشان می‌دهد. بدین ترتیب در تمامی تحلیل‌ها اندازه المان  $0.1\text{ mm}$  در نظر گرفته شده است.

- جابه‌جایی لبه پایینی در راستای  $x$  و  $z$  محدود شده است  $(u, w = 0)$ .
- جابه‌جایی در راستای  $z$  به لبه بالایی اعمال شده است  $(u = 0)$ .
- برای حفظ تعادل مدل، بر یک گره از لبه پایینی شرط  $v = 0$  اعمال شده است.

که در اینجا  $u, v, w$  به ترتیب جابه‌جایی در راستای محورهای  $x, y, z$  هستند. در مدل‌های المان محدود، بار  $P$  به صورت گسترده بر گره‌های انتهای تیر در راستای عمود بر صفحه تورق یعنی در راستای محور  $z$  اعمال شده است و با توجه به متقارن بودن تیر نسبت به صفحه ترک، بارگذاری فقط مُد I خالص خواهد بود. شکل (۳) مدل سه بعدی اجزا محدود و المان‌های اطراف نوک ترک را نشان می‌دهد. به منظور دقت بیشتر در به دست آوردن توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی، تعداد المان‌ها در راستای محور  $y$  برابر با ۲۰ در نظر گرفته شده است. همچنین برای المان‌ریزی مناسب تیر در راستای محور  $x$ ، تیر به چهار قسمت تقسیم شده است که این امکان را فراهم می‌آورد که در محدوده اطراف ترک المان‌ها به اندازه کافی ریز در نظر گرفته شوند.



شکل (۳) مدل سه بعدی المان محدود و المان‌بندی اطراف نوک ترک.

به عبارت دیگر در هر طرف ترک ۱۲ لایه وجود دارد که این ۱۲ لایه جهت دقت بیشتر در مدل‌سازی و حل، مطابق با شکل (۳) در چهار المان در راستای ضخامت تیر

دلیل ثابت نبودن توزیع SERR در امتداد پیشانی ترک در نمونه DCB، وابستگی محورهای بارگذاری و عمود بر بارگذاری است. دیویدسون و همکارانش [۱۸] این وابستگی را با پارامتری بعد  $D_c$  بیان کردند:

$$D_c = \frac{D_{12}^2}{D_{11} D_{22}} \quad (2)$$

که  $D_{ij}$  درایه‌های ماتریس سفتی خمشی هستند.  $D_c$  بیانگر رفتار نمونه DCB در دو حالت تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای می‌باشد. هر چه مقدار  $D_c$  کم‌تر باشد نشان‌دهنده حداقل وابستگی خمش-خمش یا به عبارت دیگر یکنواختی توزیع نرخ رهایی انرژی در امتداد پیشانی تورق است. با توجه به اینکه می‌توان برای پارامتر  $G$  دو مقدار حداکثر ( $G_{I_{max}}$ ) و میانگین ( $G_{I_{avg}}$ ) در نظر گرفت، در این مقاله پارامتر جدیدی با عنوان نسبت غیریکنواختی،  $\beta$ ، که بیانگر تغییرات نرخ انرژی کرنشی در امتداد پیشانی ترک است، به صورت زیر ارائه شده است:

$$\beta = \frac{G_{I_{max}} - G_{I_{avg}}}{G_{I_{avg}}} \times 100 \quad (3)$$

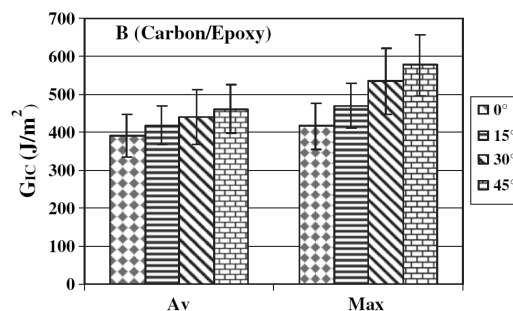
حال با به دست آوردن توزیع  $G$  برای طیف وسیعی از چیدمان لایه‌ها در امتداد پیشانی ترک، می‌توان مشخص کرد که با افزایش تعداد لایه‌های  $0^\circ$  و  $90^\circ$  دو طرف محل تورق، توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی با حالتی که نمونه DCB به صورت تک‌جهته معادل سازی شده باشد تقریباً یکسان باشد. یا به عبارت دیگر، در چیدمان‌هایی که مقادیر  $\beta$  و  $D_c$  آنها قابل چشم‌پوشی هستند می‌توان مقدار  $G_{Ic}$  نمونه‌های چند جهتی را برابر مقدار  $G_{Ic}$  تک‌جهته قرار داد. برای اثبات این ایده جدید، چیدمان‌های مختلف با تورق بین دو لایه  $0^\circ//0^\circ$  در جدول (۳) در نظر گرفته شده‌اند. نحوه انتخاب چیدمان‌ها بدین شکل است که با افزایش لایه‌های  $0^\circ$  دوردست ترک دو کمیت  $\beta$  و  $D_c$  کنترل شود. شکل (۶) توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی را در امتداد پیشانی تورق نشان می‌دهد.

جدول (۲) اثر تغییر اندازه المان در نوک ترک ( $\Delta a$ ) بر مقدار نرخ رهایی انرژی کرنش محاسبه شده با روش بسته شدن مجازی ترک.

| $G_I (J/m^2)$ | $\Delta a (mm)$ |
|---------------|-----------------|
| ۱۴۵۲          | ۵/۰             |
| ۱۴۶۸          | ۲/۰             |
| ۱۴۷۱          | ۰/۶۸            |
| ۱۴۷۲          | ۰/۳۹            |
| ۱۴۷۶          | ۰/۲۰            |
| ۱۴۷۸/۶        | ۰/۰۵            |
| ۱۴۷۷/۸        | ۰/۰۱۵           |
| ۱۴۷۷          | ۰/۰۱۱           |

### ۳- تفسیر و بررسی نتایج به دست آمده

همانطور که در بخش قبل ذکر شد، تخمین تجربی  $G_{Ic}$  در کامپوزیت‌های لایه‌ای چند جهتی، فرایندی زمان‌بر و پرهزینه است. از این رو در این تحقیق روشی جدید برای محاسبه  $G_{Ic}$  و  $P_c$  قطعات DCB چند جهتی با استفاده از خواص نمونه‌های تک‌جهته پیشنهاد شده است. به عبارت دیگر با فرض تورق بین دو لایه  $0^\circ//0^\circ$  شرایط لازم برای برابر بودن  $G_{Ic}$  دو نمونه DCB چند جهتی و تک جهتی بررسی شده است. شکل (۵) نتایج المان محدود چقرمگی شکست را برای چیدمان  $[0/\pm\alpha/0_4/-\alpha/0/0_4/\pm\alpha/0]_s$  که در آن  $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  نشان می‌دهد. این شکل بیانگر این است که چقرمگی شکست در امتداد پیشانی ترک مقدار ثابتی ندارد.



شکل (۵) مُد I چقرمگی شکست برای چیدمان

$$[10] [0/\pm\alpha/0_4/-\alpha/0/0_4/\pm\alpha/0]_s$$

جدول (۳) بررسی اثر لایه‌های دوردست تورق بر توزیع نرخ رهایی انرژی در امتداد پیشانی نوک ترک.

| حالت  | چیدمان لایه‌ها                                                                              | $D_c$ | $\beta$ |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---------|
| LS1-1 | $[\pm 30^\circ / \pm 45^\circ / 90^\circ / -45^\circ / \pm 60^\circ / 0^\circ]_s$           | ۰/۰۸۷ | ۳۱/۰    |
| LS1-2 | $[0^\circ / \pm 30^\circ / \pm 45^\circ / 90^\circ / -45^\circ / \pm 60^\circ / 0^\circ]_s$ | ۰/۰۴۱ | ۲۳/۵    |
| LS1-3 | $[0^\circ / \pm 30^\circ / \pm 45^\circ / \pm 60^\circ / 0^\circ]_s$                        | ۰/۰۱۸ | ۱۷/۷    |
| LS2-1 | $[0^\circ / (\pm 45^\circ) / 0^\circ]_s$                                                    | ۰/۱۸۶ | ۳۹/۵۴   |
| LS2-2 | $[0^\circ / (\pm 45^\circ) / 0^\circ]_s$                                                    | ۰/۰۲۷ | ۱۸/۲۴   |
| LS3-1 | $[0^\circ / 90^\circ / 0^\circ]_s$                                                          | ۰/۰۰۱ | ۸/۹۵    |
| LS3-2 | $[0^\circ / 90^\circ / 0^\circ]_s$                                                          | ۰/۰۰۲ | ۹/۳۶    |
| LS4   | $[0^\circ]_s$                                                                               | ۰/۰۰۶ | ۱۲/۰    |

با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش تعداد لایه‌های  $0^\circ$  و  $90^\circ$  دوردست ترک و برای حالتی که  $\beta < 20\%$  است، چقرمگی شکست در حالت چند جهتی با تک‌جهته با تقریب مناسبی برابرند. همچنین برای چند لایه‌های متعامد<sup>۱</sup> با ترک بین دو لایه صفر درجه، توزیع SERR تقریباً با حالت تک‌جهته یکسان می‌باشد. با توجه به آنچه ذکر شد اکنون می‌توان با داشتن  $G_{Ic}$  نمونه DCB چند جهتی، با استفاده از روش پیشنهاد شده توسط شکریه و همکاران [۸] بار بحرانی جهت شروع تورق در کامپوزیت‌های چند جهتی را محاسبه کرد. در این روش با توجه به اهمیت دو عامل چرخش پیشانی تورق و اثر تغییر شکل‌های برشی، تیر تیموشینکو بر روی بستر الاستیک دو پارامتری برای محاسبه نرخ رهایی انرژی پیشنهاد شده است. در واقع بستر الاستیک دو پارامتری شامل فنرهای کششی و پیچشی است که ضعف بستر الاستیک وینکلر یعنی در نظر نگرفتن تاثیر فنرهای کششی بر یکدیگر، را با در نظر گرفتن فنرهای پیچشی برطرف می‌کند:

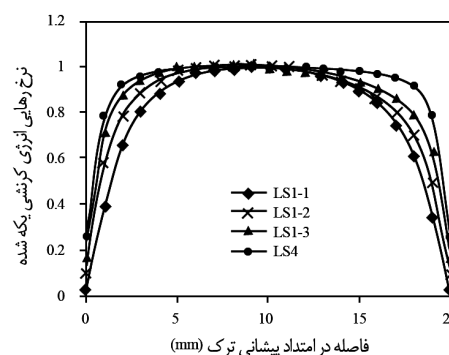
$$P_c^* = \frac{G_{Ic} E_{fx} b^2 h^3}{12a^2 \left[ 1 + 1/15 A \left( \frac{h}{a} \right) + B \left( \frac{h}{a} \right)^2 \right]} \quad (۴)$$

که در آن ضرایب  $A$  و  $B$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

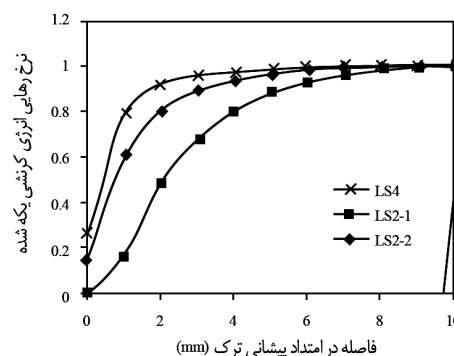
$$A = \sqrt{\frac{E_{fx}}{E_z} + \frac{E_{fx}}{6kG_{xz}} + \frac{kG_{xz}}{E_z}}$$

$$B = \left( \frac{E_{fx}}{12kG_{xz}} + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{E_{fx}}{E_z}} \right)$$

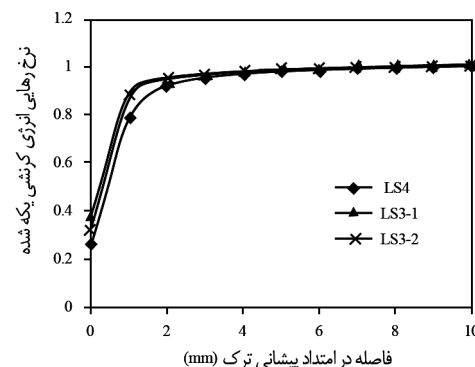
که  $G_{Ic}$  چقرمگی شکست کامپوزیت تک‌جهته،  $E_{fx}$  سفتی خمشی معادل کامپوزیت چند جهتی،  $G_{xz}$  مدول برشی،  $k$  ضریب اصلاح برش،  $E_z$  مدول کششی در راستای ضخامت



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۶) تغییرات توزیع SERR با افزایش تعداد لایه‌های  $0^\circ$  دوردست دو لایه  $0^\circ$  برای چیدمان‌های (الف) LS1، (ب) LS2، (ج) LS3.

جدول (۵) بار بحرانی حاصل از رابطه (۴) و  $G_{IC}$  چیدمان‌های مختلف با استفاده از المان محدود.

| ردیف | بار بحرانی (N) از رابطه (۲) | $G_{IC}$ (J/m <sup>2</sup> ) از اجزا محدود | درصد خطا |
|------|-----------------------------|--------------------------------------------|----------|
| ۱    | ۳۹٫۸۶                       | ۲۱۲٫۷                                      | ۳٫۳      |
| ۲    | ۲۷٫۴۰                       | ۲۱۳٫۶                                      | ۲٫۸      |
| ۳    | ۳۷٫۶۱                       | ۲۱۳٫۸                                      | ۲٫۸      |
| ۴    | ۳۷٫۷۷                       | ۲۱۴٫۰                                      | ۲٫۷      |
| ۵    | ۳۶٫۴۶                       | ۲۲۷٫۱                                      | ۳٫۲      |
| ۶    | ۳۰٫۵۱                       | ۲۱۲٫۶                                      | ۳٫۴      |
| ۷    | ۳۲٫۴۴                       | ۲۱۲٫۵                                      | ۳٫۴      |
| ۸    | ۲۳٫۶۲                       | ۲۱۲٫۱                                      | ۳٫۶      |
| ۹    | ۳۱٫۳۰                       | ۲۲۶٫۸                                      | ۳٫۱      |
| ۱۰   | ۲۷٫۸۷                       | ۲۱۲٫۳                                      | ۳٫۵      |

### ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق روش عددی جدیدی برای تخمین چقرمگی شکست مُد I تورق در نمونه DCB متقارن چند جهتی با ترک بین دو لایه صفر درجه ارائه شده است. در واقع با تعریف دو پارامتر بی‌بعد  $D_c$  و  $\beta$  که به ترتیب بیانگر وابستگی خمش-خمش در چندلایه کامپوزیتی و درصد غیریکنواختی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در پیشانی ترک‌اند، اثر پارامترهای جانبی در مقدار  $G$  کاهش یافته است. به این ترتیب، می‌توان ادعا کرد که چقرمگی شکست نمونه‌های DCB متقارن چند جهتی با چقرمگی شکست نمونه‌های تک‌جهته در شرایطی که  $\beta < 20\%$  باشد برابرند. لذا با این نتیجه حاصل شده، از این پس بار بحرانی شروع رشد تورق در یک نمونه DCB چند جهتی متقارن را بدون انجام آزمایش و مدل‌سازی المان محدود، با قرار دادن چقرمگی شکست کامپوزیت تک‌جهته در رابطه تحلیلی تیر تیموشنکو بر بستر الاستیک به سادگی می‌توان پیش‌بینی کرد.

### فهرست علائم

|          |                                |
|----------|--------------------------------|
| $a$      | طول ترک                        |
| $b$      | عرض قطعه                       |
| $D_c$    | پارامتر بی‌بعد وابستگی خمش-خمش |
| $E_{fx}$ | سفتی خمشی معادل                |

در کامپوزیت‌ها با فرض شبه همسانگرد بودن برابر  $E_p = E_f$  فرض می‌شود) هستند. سفتی خمشی معادل برای یک چندلایه کامپوزیتی به صورت زیر به دست می‌آید [۱۹]:

$$E_{fx} = \frac{12}{d_{11} h^3} \quad (5)$$

که  $d_{11}$  درایه ماتریس نرمی خمشی است ( $[d] = [D]^{-1}$ ). مُد I چقرمگی شکست شروع رشد تورق را شون و همکارانش [۱۳] به صورت تجربی برای ماده شماره ۱ برابر با  $(J/m^2)$  ۲۲۰ به دست آوردند. همچنین چقرمگی شکست ماده شماره ۲ در مرجع [۱۷] برابر با  $(J/m^2)$  ۲۲۰ گزارش شده است. با استفاده از رابطه (۴) نیروی بحرانی چیدمان‌های مختلف در جدول (۴) محاسبه شده است، سپس بار بحرانی به مدل المان محدود اعمال شده و مقدار  $G_{IC}$  نمونه تخمین زده شده است. جدول (۵) نتایج چقرمگی شکست پیش‌بینی شده برای این قطعات را نشان می‌دهد. از نتایج جدول (۵) مشاهده می‌شود که اختلاف دو مقدار به دست آمده برای  $G_{IC}$  در تمام حالت‌ها کمتر از ۳/۶ درصد است. لذا می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهاد شده در این تحقیق برای تخمین چقرمگی شکست نمونه‌های DCB متقارن چند جهتی در صورتی که پارامتر  $\beta$  کمتر از ۲۰ درصد باشد هم‌خوانی خوبی با نتایج تجربی دارد.

جدول (۴) چیدمان‌های مختلف مدل‌سازی شده در ANSYS.

| ردیف | چیدمان لایه‌ها                       | شماره ماده |
|------|--------------------------------------|------------|
| ۱    | [۰/۱۲] <sub>s</sub>                  | ۱          |
| ۲    | [۰/۹۰/۰/۰] <sub>s</sub>              | ۱          |
| ۳    | [۰/۳/۹۰/۰/۳] <sub>s</sub>            | ۱          |
| ۴    | [۰/۳/۴۵/۰/۴۵/۰/۳] <sub>s</sub>       | ۱          |
| ۵    | [۰/۳/۳۰/۹۰/۰/۳/۳۰/۰/۳] <sub>s</sub>  | ۱          |
| ۶    | [۰/۴۵/۹۰/۰/۳/۴۵/۹۰] <sub>rs</sub>    | ۱          |
| ۷    | [(۰/۹۰) <sub>r</sub> ] <sub>rs</sub> | ۱          |
| ۸    | [۰/۹۰/۰/۰] <sub>s</sub>              | ۲          |
| ۹    | [۰/۳/۳۰/۹۰/۰/۳/۳۰/۰/۳] <sub>s</sub>  | ۲          |
| ۱۰   | [(۰/۹۰) <sub>r</sub> ] <sub>rs</sub> | ۲          |

- [6] Ozdil F., Carlsson L.A., 1999, *Beam analysis of angle-ply laminate DCB specimens*, *Composites Science and Technology*, 59, 305-315.
- [7] Pereira A.B., Morais A. B., *Mode I interlaminar fracture of carbon/epoxy multidirectional laminates*, *Composites Science and Technology*, 64, 2004, pp. 2261–2270.
- [۸] شکرپه، م.م.، حیدری رارانی، م.م.، آیت‌اللهی، م.ر.، مدلی جدید برای تعیین چقرمگی شکست مود I تورق در قطعه DCB با استفاده از مدل تیر تیموشنکو بر روی بستر الاستیک دوپارامتری، هیجدهمین همایش سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک ایران، ISME201، ایران، تهران، دانشگاه صنعتی شریف، ۲۱ لغایت ۲۳ اردیبهشت ۱۳۸۹.
- [9] Mollón V., Bonhomme J., Viña J., Argüelles A., *Theoretical and experimental analysis of carbon epoxy asymmetric DCB specimens to characterize mixed mode fracture toughness*, *Polymer Testing*, 29, 2010, pp. 766–770.
- [10] Gong X.J., Hurez A., Verchery G., *On the determination of delamination toughness by using multidirectional DCB specimens*, *Polymer Testing*, 29, 2010, pp. 658–666.
- [11] Pereira A. B., Morais A. B., *Mixed mode I + II interlaminar fracture of carbon/epoxy laminates*, *Composites: Part A39*, 2008, pp. 322–333.
- [12] Krueger R., *The virtual crack closure technique: History, approach and applications*, ICASE, NASA Langley Research Center Hampton, 2002, Virginia.
- [13] Schön J., Nyman T., Blom A., Ansell H., *A numerical and experimental investigation of delamination behavior in the DCB specimen*, *Composites Science and Technology*, 60, 2000, pp. 173-184.
- [14] Naghipour P., Bartsch M., Chernova L., Hausmann J., Voggenreiter H., *Effect of fiber angle orientation and stacking sequence on mixed mode fracture toughness of carbon fiber reinforced plastics: Numerical and experimental investigations*, *Materials Science and Engineering, A*, 2010, pp. 527, 509– 517.
- $E_{11}$  مدول کششی در راستای الیاف
- $E_{22}$  مدول کششی در راستای عمود بر الیاف
- $E_z$  مدول کششی معادل در راستای ضخامت
- $G_{Ic}$  چقرمگی شکست
- $G_{I_{max}}$  حداکثر نرخ رهایی انرژی کرنشی
- $G_{I_{avg}}$  میانگین نرخ رهایی انرژی کرنشی
- $G_{12}$  مدول برشی
- $h$  ضخامت
- $k$  ضریب اصلاح برش
- $P_c$  بار بحرانی
- $Z_i$  نیرو در گره  $i$
- $\beta$  پارامتر غیریکنواختی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی
- $\nu_{12}$  ضریب پواسون
- $\Delta a$  اندازه المان در نوک ترک

## ۷- مراجع

- [1] Szekrenyes A., *Delamination of composite specimens*, Ph.D. dissertation, Department of Applied Mechanics, University of Technology and Economics, 2005, Budapest.
- [2] Kanninen M.F., *An augmented double cantilever beam model for studying crack propagation and arrest*, *International Journal of Fracture*, 9, 1973, pp. 83-92.
- [3] Whitney J.M., *Stress analysis of the double cantilever beam specimen*, *Composites Science and Technology*, 23, 1985, pp. 201-219.
- [4] Williams J.G., *End corrections for orthotropic DCB specimens*, *Composites Science and Technology*, 35, 1989, pp. 367-376.
- [5] Kondo K., *Analysis of double cantilever beam specimen*, *Advanced Composite Materials*, 4, 1995, pp. 355-366.



- [15] Morais A.B., Moura M.F., Marques A.T., Castro P. T., *Mode-I interlaminar fracture of carbon/epoxy cross-ply composites*, Composites Science and Technology, 62, 2002, pp. 679–686.
- [16] Davidson B.D., Gharibian S.J., Evaluation of energy release rate-based approaches for predicting delamination growth in laminated composites, *International Journal of Fracture*, 105, 2000, pp. 343–365.
- [17] Miyagawa H., *Experimental determination of fracture toughness of CFRP in mode II by Raman spectroscopy*, Applied Composite Materials, 8, 2001, pp. 25–41.
- [18] Davidson B.D., Schapery R.A., *Effect of finite width on deflection and energy release rate of an orthotropic double cantilever specimen*, *Journal of Composite Materials*, 22, 1988, pp. 640–656.
- [19] Tsai S.W., *Introduction to composite materials*, TECHNOMIC Publication Co. 1980.