

## تحلیل فرایند اکستروژن پیچشی در قالب با سطح مقطع بیضوی با استفاده از روش کران بالا

یاسر میرباقری<sup>۱</sup> حامد معصومی<sup>۲\*</sup> مجید سیدصالحی<sup>۳</sup>

\* نویسنده مسئول: h.masoumi@giau.ac.ir

### چکیده

فرایند اکستروژن پیچشی روش جدیدی برای تولید فلزات و آلیاژهای شدیداً تغییر شکل یافته است. در این فرایند، تغییر شکل پلاستیک شدیدی با ماهیت برشی در ماده ایجاد می‌شود. در این مقاله با پیشنهاد یک میدان سرعت مجاز، به همراه تکنیک کران بالا، مقدار انرژی لازم برای فرایند انجام اکستروژن پیچشی پیش‌بینی می‌شود. در مدل پیشنهادی امکان اعمال تغییر در پارامترهایی نظیر هندسه قالب و شرایط اصطکاک وجود دارد و تأثیر این عوامل بررسی شده است. به‌علاوه مدل حاضر پارامترهای بحرانی طراحی قالب را پیش‌بینی می‌کند. برای نشان دادن صحت عملکرد مدل، مقادیر پیش‌بینی شده با نتایج حاصل از حل اجزای محدود مقایسه شده که مبین هماهنگی منطقی بین رفتار آن‌ها در قالب می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** اکستروژن پیچشی، میدان سرعت، روش کران بالا، تغییر شکل پلاستیک شدید.

۱- مربی، گروه مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد گلپایگان.

۲- مربی، گروه مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد گلپایگان.

۳- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مواد، دانشگاه صنعتی شریف.

## ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، اعمال تغییر شکل‌های پلاستیک شدید مسیر جدیدی را برای رسیدن به فلزات و آلیاژهای با خواص مکانیکی و فیزیکی بهبود یافته و ایجاد ساختارهای دانه‌ریز و نانو ساختار گشوده است. نانو ساختار به ساختارهای با اندازه دانه کمتر از ۱۰۰ نانومتر گفته می‌شود. تاکنون روش‌های مختلفی مانند  $HPT$  [۱]،  $ECAE$  و  $ECAP$  [۲]،  $ARB$  [۳]، عملیات سکه‌زنی چندمرحله‌ای [۴] و  $FSP$  [۵] توسط محققین مختلف مورد توجه قرار گرفته است. ریز شدن اندازه دانه بر روی خواص مکانیکی و فیزیکی ماده تأثیر زیادی می‌گذارد. در مواد با ساختار دانه ریز به علت ریز بودن دانه‌ها معمولاً استحکام و سختی افزایش می‌یابد. ساختارهای حاصل از تغییر شکل پلاستیک شدید نسبت به روش‌های دیگر تولید مواد ریز دانه به علت عدم حضور حفرات، اکسیدها و ناخالصی‌ها، عموماً خواص مناسب‌تری از خود نشان می‌دهند.

اخیراً روش جدیدی بر مبنای اکستروژن پیچشی توسط بیگلزیمر پیشنهاد شده است [۶]. در این روش مقطع قطعه در مسیر اکستروژن در راستای محور در حین فرایند ثابت می‌ماند و زاویه پیچش در طول قالب تغییر می‌کند. همچنین زاویه پیچش در ابتدا و انتهای قالب صفر می‌شود و جهت حرکت قطعه در ورودی و خروجی قالب بدون تغییر باقی می‌ماند. با توجه به این ویژگی، قالب پیچشی می‌تواند به سادگی بر روی تجهیزات اکستروژن نصب شود. تاکنون تحقیقات اندکی بر روی مواد مختلف با استفاده از این تکنیک انجام شده است [۷ و ۸]. این تحقیقات نشان دهنده قابلیت این روش برای تولید مواد با دانه‌های بسیار ریز و بهبود خواص مکانیکی مواد است [۹]. در اکستروژن پیچشی به علت وجود گرادیان کرنش از سطح تا مغز، اندازه دانه از سطح تا مغز متفاوت است که این مسئله خواص مکانیکی بهتری به همراه دارد.

همچنین به کارگیری روش کران بالا برای به دست آوردن مقدار انرژی صرف شده در قالب‌های اکستروژن پیچشی با استفاده از میدان سرعت مجاز توسط سید صالحی و سراج زاده گزارش شده است [۱۰].

فهم رفتار ماده در حین فرایند اکستروژن پیچشی نیازمند مطالعات بیشتری است. در این تحقیق، میدان سرعت قابل قبولی برای تخمین انرژی فرایند اکستروژن پیشنهاد شده است. در این مقاله ابتدا معادلات ریاضی برای تعیین سطح قالب ارائه می‌شود. در ادامه یک میدان سرعت مجاز سینماتیکی برای بیان توزیع نرخ کرنش در ناحیه تغییر شکل پیشنهاد شده که در آن شرایط مرزی سرعت و بقای جرم صحیح صادق است. سپس تکنیک کران بالا برای پیش‌بینی انرژی مورد نیاز به کار گرفته می‌شود. قالب اکستروژن مورد مطالعه مقطع بیضوی دارد. برای نشان دادن درستی نتایج مقایسه بین نتایج این مدل و نتایج اجزا محدود انجام شده است. این مدل ریاضی، مقدار نیروی اکستروژن را با دقت مناسبی محاسبه می‌کند. به علاوه مدل می‌تواند تأثیر پارامترهای هندسی قالب بر فشار اکستروژن، حدود پارامترهای طراحی قالب را مشخص کرده و تشکیل ناحیه صلب مرکزی را پیش‌بینی نماید.

## ۲- تعیین شکل قالب و میدان سرعت مجاز

به منظور بررسی اکستروژن پیچشی، مدل ریاضی بر مبنای تحلیل کران بالایی ارائه شده است. در این مدل هر سطح مقطع فرضی می‌تواند به عنوان سطح مقطع داخلی قالب اکستروژن انتخاب شود. شکل (۱) به طور شماتیک قالب اکستروژن پیچشی با سطح مقطع فرضی دلخواه را نشان می‌دهد که با معادله  $\Gamma$  در مختصات استوانه‌ای  $(r, \theta, z)$  بیان شده است. همانطور که در شکل (۱) نشان داده شده است مبدأ مختصات در مرکز ورودی قالب فرض شده و محور  $z$  در راستای محور قالب است. مقطع قالب به صورت تابع پریودیک بیان می‌شود به‌طوری‌که معادله زیر را ارضا می‌کند:

$$\Gamma(\theta, r) = \Gamma(\theta + \pi, r) \quad (1)$$

۱- High Pressure Torsion

۲- Equal Channel Angular Extrusion or Pressing

۳- Accumulative Roll Bonding

۴- Friction Stir Processing

با توجه به این مسئله که سطح داخلی قالب از چرخش سطح مقطع ورودی حول محور قالب ایجاد می شود، می توان رابطه (۴) را برای بیان سطح داخلی قالب ارائه کرد:

$$R(\theta, z) = \Gamma(\theta - \gamma(z)) = \Gamma(\theta - \int_0^z f(\xi) d\xi) \quad (4)$$

در گام بعدی، یک میدان سرعت مجاز با توجه به معادلات فوق الذکر قابل بیان است. این میدان سرعت باید شرایط مرزی و بقای جرم را ارضا کند. با فرض عدم تغییر سطح مقطع ماده در طول قالب و پیچش ماده همراه قالب در راستای محور قالب در حین فرایند، می توان از سرعت شعاعی چشم پوشی کرد. بنابراین رابطه (۵) باید در سطوح تماس قالب و قطعه صادق باشد:

$$\tan\beta = \frac{dz}{rd\gamma} = \frac{v_z}{v_\theta} \quad (5)$$

$v_\theta$  و  $v_z$  به ترتیب سرعت محوری و سرعت زاویه ای ماده در سیستم مختصات استوانه ای هستند. معادله فوق بر این نکته تأکید دارد که در سطح داخلی قالب، ماده و قالب به طور همگام می چرخند. با توجه به عدم تغییر سطح مقطع قالب، قانون بقای جرم و فرض ثابت بودن دانسیته ماده در حین اکستروژن، رابطه زیر برقرار خواهد بود:

$$v_z = v_0 \quad (6)$$

$v_0$  سرعت قطعه در ورود به قالب است. بنابراین سرعت در جهت محور  $\theta$  از ترکیب روابط (۵) و (۶) به صورت زیر نتیجه می شود:

$$v_\theta = rv_z = \frac{d\gamma}{dz} = rv_0 f(z) \quad (7)$$

به علت مقاومت ماده در مقابل پیچش در حین اکستروژن امکان ایجاد یک ناحیه با سرعت زاویه ای صفر در مرکز قالب وجود دارد. ناحیه استوانه ای صلب در تغییر شکل فلز مانند شکل (۳) در نظر گرفته شده است. بنابراین میدان سرعت مجاز پیشنهادی به صورت زیر خواهد بود:

$$v_r = 0$$

$$v_z = v_0$$

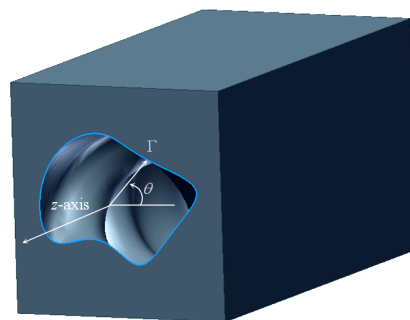
$$v_\theta = \begin{cases} 0 & , \quad r < R_\gamma \\ rv_0 f(z) & , \quad R_\gamma < r < R(z) \end{cases} \quad (8)$$

با حرکت در داخل مجرای قالب در راستای محور  $z$ ، مقطع قالب به اندازه زاویه  $\gamma$  حول محور قالب می چرخد. مطابق شکل (۲) با حرکت در راستای محور قالب به میزان  $dz$ ، سطح مقطع قالب به میزان  $d\gamma$  می چرخد. نکته مهم در قالب های اکستروژن پیچشی عدم تغییر سطح مقطع قالب در راستای محور قالب است. از آنجایی که سطح مقطع قالب نباید در جهت محور  $z$  تغییر کند، ضروری است که تغییر  $\gamma$  در طول قالب منحصراً به صورت تابعی از  $z$  باشد. رابطه (۲) بیانگر این مطلب است:

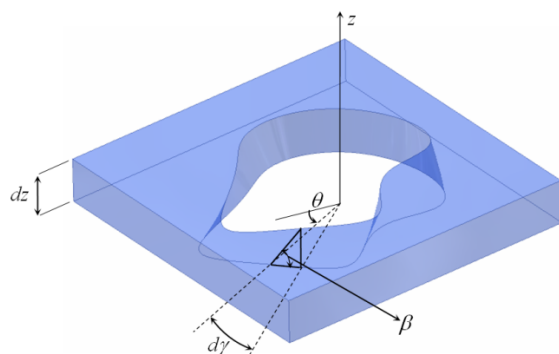
$$\frac{d\gamma}{dz} = f(z) \quad (2)$$

که  $f(z)$  تابع پیچش<sup>۱</sup> نام دارد. بنابراین مقدار پیچش سطح مقطع قالب در موقعیت  $z$  به صورت رابطه زیر بیان خواهد شد:

$$\gamma(z) = \int_0^z f(\xi) d\xi \quad (3)$$



شکل (۱) شکل شماتیک سه بعدی قالب اکستروژن پیچشی با مقطع برش دلخواه [۱۰].



شکل (۲) شماتیک تغییر سطح مقطع قالب در راستای محور قالب [۱۰].

همچنین قالب باید به گونه‌ای طراحی شود تا سطوح برش در ابتدا و انتهای قالب وجود نداشته باشد؛ به این منظور زاویه  $\beta$  در ابتدا و انتهای قالب باید  $\frac{\pi}{4}$  باشد. با این شروط حرکت ماده در ناحیه ورودی قالب به آرامی و نرمی صورت می‌گیرد و در ناحیه خروجی قالب ماده در راستای محور قالب خارج شده و وایپچش بیلت پس از اکستروژن حداقل خواهد بود. با استفاده از رابطه (۵) خواهیم داشت:

$$\beta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow f(0) = f(l) = 0 \quad (10)$$

در رابطه بالا  $l$  طول قالب در ناحیه پیچش است. اگر  $f(z)$  یک تابع خطی به صورت رابطه (۱۱) در نظر گرفته شود، با توجه به شرایط مرزی ارائه شده داریم:

$$f(z) = gz + h \quad (11)$$

$$f(0) = h = 0$$

همانگونه که ملاحظه می‌شود در رابطه بالا  $f(z)$  یک رابطه صعودی است و با افزایش  $z$  مقدار  $f(z)$  و در نتیجه مقدار پیچش ( $\gamma$ ) افزایش می‌یابد و هیچگاه شرط  $\beta = \frac{\pi}{4}$  در انتهای قالب برقرار نمی‌شود. بنابراین از یک تابع دو ضابطه‌ای برای بیان  $f(z)$  به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$f(z) = \begin{cases} gz & 0 \leq z \leq \frac{l}{2} \\ -\frac{4\psi}{l^2}z + \frac{4\psi}{l} \frac{l}{2} & \frac{l}{2} < z \leq l \end{cases} \quad (12)$$

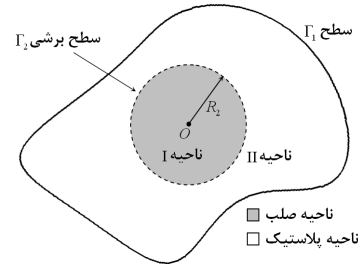
اگر سطح مقطع قالب به میزان  $\psi$  در طول قالب بچرخد و شرط پیوستگی تابع دو ضابطه‌ای پیچش نیز برقرار شود،  $f(z)$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f(z) = \begin{cases} \frac{4\psi}{l^2}z & 0 \leq z \leq \frac{l}{2} \\ -\frac{4\psi}{l^2}z + \frac{4\psi}{l} & \frac{l}{2} < z \leq l \end{cases} \quad (13)$$

$\psi$  مقدار زاویه پیچش در طول کل قالب به صورت زیر است:

$$\psi = \int_0^l f(\xi) d\xi \quad (14)$$

در این جا  $R_2$  شعاع هسته صلب و  $v_r$  سرعت شعاعی قطعه است. به عبارت دیگر با توجه به میدان سرعت فوق فقط لایه خارجی تر قطعه دچار تغییر شکل خواهد شد.



شکل (۳) نمایش شماتیک نواحی صلب و پلاستیک.

باتوجه به میدان سرعت پیشنهادی توزیع سرعت کرنش در ماده به صورت زیر است:

$$\dot{\epsilon}_{zz} = \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r} = 0$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_z}{r} = 0$$

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \right) = 0$$

$$\dot{\epsilon}_{zr} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = 0$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{2} r v_\theta f'(z) \quad (9)$$

با توجه به توزیع سرعت کرنش ارائه شده، ارضای اصل ثابت بودن حجم  $(\dot{\epsilon}_{zz} + \dot{\epsilon}_{rr} + \dot{\epsilon}_{\theta\theta}) = 0$  نیز مشهود است.

در قالب‌های اکستروژن پیچشی نحوه پیچش سطح مقطع قالب در راستای محور قالب اهمیت بسیار زیادی دارد که بر میدان سرعت و میدان سرعت کرنش ماده تأثیر می‌گذارد. همانگونه که مشاهده شد در میدان سرعت کرنش ذکر شده، مقدار  $\dot{\epsilon}_{\theta z}$  متناسب با  $f'(z)$  است و به منظور اعمال کرنش روی ماده  $f'(z)$  نباید صفر باشد. برای بیان  $f(z)$  از یک چندجمله‌ای استفاده می‌شود و  $f(z)$  باید حداقل از درجه‌ی یک باشد تا مقدار  $\dot{\epsilon}_{\theta z}$  صفر نشود. در این مقاله  $f(z)$  به صورت یک تابع خطی در نظر گرفته شده است.

### ۳- تحلیل کران بالا

تکنیک کران بالا به منظور محاسبه توان مورد نیاز برای فرایند با استفاده از معادلات سینماتیکی میدان سرعت، مقدار  $\dot{w}_{total}$  را استخراج می‌کند.

بر طبق قضیه کران بالا مقدار توان مصرفی ناشی از نیروهای خارجی اعمالی به ماده در حین تغییر فرم کوچکتر یا مساوی توان تلفاتی ناشی از میدان سرعت مجاز ماده است و چنان‌که:

$$\int_S T_i v_i dS + \int_\Omega X_i v_i d\Omega \leq \int_\Omega \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} d\Omega \quad (15)$$

در معادله بالا  $T_i$  تنشهای خارجی سطحی اعمالی بر سطح  $S$ ،  $X_i$  بردار نیروهای خارجی حجمی اعمالی بر  $\Omega$ ،  $\sigma_{ij}$  و  $\dot{\epsilon}_{ij}$  به ترتیب تانسورهای تنش و سرعت کرنش ناشی از میدان سرعت مجاز است. مقدار توان تلفاتی ماده در حین تغییر فرم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{w}_{total} = \dot{w}_i + \dot{w}_s + \dot{w}_f \quad (16)$$

$\dot{w}_i$  انرژی اتلاف شده برای تغییر شکل پلاستیکی در حجم تغییر شکل یافته،  $\dot{w}_s$  انرژی مصرفی برای ناپیوستگی میدان سرعت و بر روی سطوح برش و  $\dot{w}_f$  توان تلفاتی ناشی از اصطکاک در سطح مشترک بین بیلت و سطح قالب است. توان تلفاتی داخلی ( $\dot{w}_i$ ) ناشی از تغییر شکل پلاستیک را می‌توان به عنوان تابعی از تنش مؤثر  $\bar{\sigma}$  و نرخ کرنش مؤثر  $\dot{\bar{\epsilon}}$  به صورت زیر بیان کرد:

$$\dot{w}_i = \int_V \dot{\bar{\epsilon}} \bar{\sigma} dv \quad (17)$$

نرخ کرنش مؤثر ( $\dot{\bar{\epsilon}}$ ) از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3} \omega \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} = \frac{1}{\sqrt{3}} r v_o |f'(z)| \quad (18)$$

بنابراین  $\dot{w}_i$  به صورت زیر خواهد بود.

$$= \frac{\lambda \bar{\sigma} v_o \psi}{3 \sqrt{3} l^2} \int_0^l \int_0^{2\pi} (R^a(\theta, z) - R_p^a) d\theta dz \quad (19)$$

با در نظر گرفتن یک ضریب اصطکاک ثابت  $m$  در سراسر ناحیه تماس، می‌توان توان اصطکاک مورد نیاز را نیز به صورت زیر مشخص نمود:

$$\dot{w}_f = \int_{r_1} mk |\Delta V| ds \quad (20)$$

که در آن  $\Delta V$  سرعت نسبی ماده در امتداد سطح قالب و  $k$  تنش برشی تسلیم است. با استفاده از معیار تسلیم فون میز، تنش برشی تسلیم به صورت  $k = \bar{\sigma} / \sqrt{3}$  محاسبه می‌شود.  $\Delta V$  سرعت نسبی با توجه به میدان سرعت ارائه شده به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

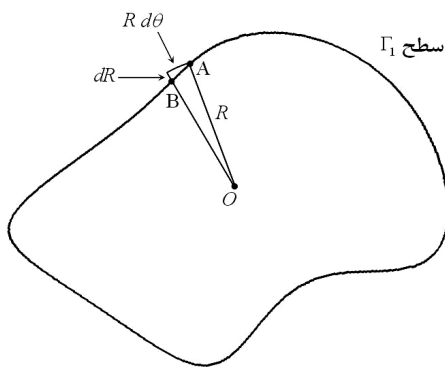
$$\Delta V = (v_\theta^2 + v_z^2)^{\frac{1}{2}} = (R^2(\theta, z) v_o^2 f^2(z) + v_o^2)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$= v_o (R^2(\theta, z) f^2(z) + 1)^{\frac{1}{2}}$$

همچنین مقدار  $ds$  با توجه به شکل (۴) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\overline{AB} = (R^2 d\theta^2 + dR^2)^{\frac{1}{2}} = [R^2 + \left(\frac{dR}{d\theta}\right)^2]^{\frac{1}{2}} d\theta \quad (22)$$

$$ds = (R^2 + R'^2)^{\frac{1}{2}} d\theta dz$$



شکل (۴) نمایش هندسی سطح قالب.

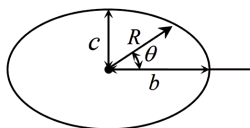
بنابراین توان تلفاتی اصطکاک به صورت زیر خواهد بود.

$$\dot{w}_f = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} m v_o \int_0^{1/2} \int_0^{2\pi} (R^2 f^2(z) + 1)^{1/2} (R^2 + R'^2)^{1/2} d\theta dz \quad (23)$$

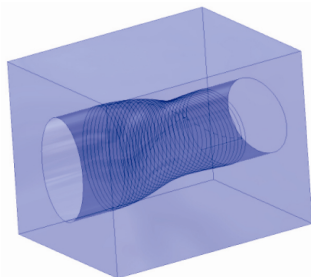
بر روی سطح برشی داخلی ( $\Gamma_p$ ) توان برشی متناظر را از رابطه زیر می‌توان تعیین نمود:

$$\dot{w}_s = \int_{\Gamma_p} k |\Delta V_{\Gamma_p}| \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} R_p d\theta dz \quad (24)$$

$$= \frac{2\pi}{\sqrt{3}} R_p^2 v_o \bar{\sigma} \psi$$



(الف)



(ب)

شکل (۵) دیاگرام شماتیک قالب اکستروژن پیچشی با مقطع بیضوی: (الف) مقطع قالب در ورودی آن و (ب) شکل سه بعدی قالب.

به منظور بررسی صحت پیش‌بینی‌های مدل، فرایند اکستروژن پیچشی توسط یک نرم‌افزار المان محدود ANSYS مدل‌سازی شد. برای این منظور ابتدا مدل قالب با مشخصات طول قالب ۳۰ میلی‌متر، شعاع اولیه ۱۰ میلی‌متر و ضریب اصطکاک ۰/۱ ایجاد گردید. ماده‌ای که به عنوان نمونه برای اکستروژن پیچشی استفاده شد، به عنوان ماده الاستیک خطی - پلاستیک ایده‌آل تعریف شده و قالب به صورت صلب تعریف گردید. بین ماده و سطح قالب قید تماسی<sup>۱</sup> در نظر گرفته شد. سپس قطعه برای حرکت در داخل قالب با قید جابه‌جایی به حرکت وادار شد. المان‌های مورد استفاده برای قطعه‌ی نمونه از نوع المان solid-۱۸۵ انتخاب شد. جهت بررسی نتایج مقایسه‌ای بین نتایج المان محدود به دست آمده از برنامه تجاری ANSYS و پیش‌بینی‌های مدل حاضر انجام گرفته که در شکل (۶) نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که مجموعه نتایج حاصل از دو بخش مورد مقایسه به میزان قابل قبولی با یکدیگر سازگارند.

اتلاف توان کل از طریق جمع نمودن تمام توان‌های محاسبه شده در بالا به دست می‌آید. سپس می‌توان فشار لازم برای اکستروژن ( $P_{EXT}$ ) را با توجه به میدان سرعت مجاز ارائه شده که بالاتر از فشار واقعی اکستروژن است به صورت زیر به دست آورد.

$$\dot{\omega}_i + \dot{\omega}_s + \dot{\omega}_f = \pi r_o^2 P_{EXT} v_o$$

$$\frac{P_{EXT}}{\bar{\sigma}} = \frac{\dot{\omega}_i + \dot{\omega}_s + \dot{\omega}_f}{\pi r_o^2 v_o \bar{\sigma}} \quad (۲۵)$$

به منظور تعیین میدان سرعت بهینه و بنابراین مقدار دقیق-تر  $P_{EXT} / \bar{\sigma}$ ، مطابق تئوری کران بالا، لازم است فشار اکستروژن نسبت به شعاع ناحیه صلب داخلی،  $R_r$ ، به حداقل برسد.

#### ۴- نتایج و بحث

در این جا فرض می‌شود که سطح مقطع قالب به شکل بیضی است. بنابراین سطح مقطع قالب در ناحیه ورودی آن در مختصات قطبی را می‌توان از نظر ریاضی با رابطه زیر که در قسمت (الف) شکل (۵) نشان داده شده است، بیان نمود:

$$\left(\frac{R \cos \theta}{b}\right)^2 + \left(\frac{R \sin \theta}{c}\right)^2 = 1 \quad (۲۶)$$

در این روابط  $R$  شعاع بیضی، و  $b$  و  $c$  قطرهای بیضی هستند. به اعتبار رابطه (۲۵) و (۲۶)، سطح داخلی قالب را می‌توان به صورت زیر مشخص کرد:

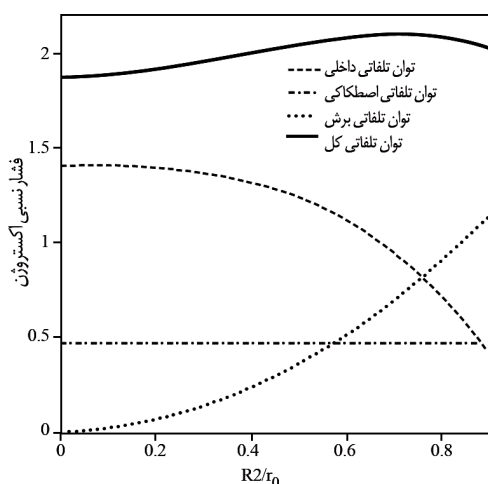
$$R^2(z) = \frac{r_o^2}{\cos^2(\theta - \int_0^z f(\xi) d\xi) / a^2 + a^2 \sin^2(\theta - \int_0^z f(\xi) d\xi)} \quad (۲۷)$$

در این رابطه،  $r_o$  شعاع دایره‌ای است که مساحت یکسانی با حفره قالب به کار گرفته شده دارد، یعنی  $bc = r_o^2$ ، و  $a$  پارامتر بیضی است ( $a > 1$ ). نمایش شماتیک سطح قالب در قسمت (ب) شکل (۵) نشان داده شده است که در آن فرض می‌شود تابع پیچش،  $f(z)$ ، یک تابع خطی است.

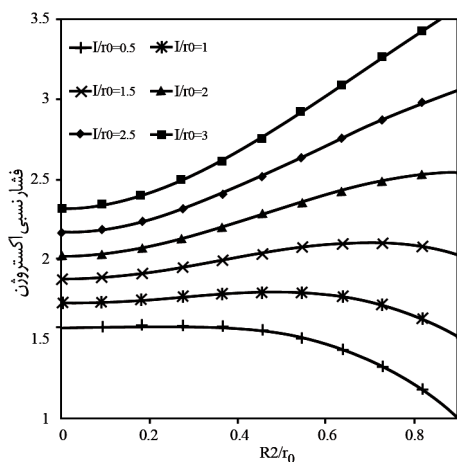
1- Contact constraint

در قالب‌های با نسبت  $l/r_0$  کوچک اتفاق می‌افتد. در چنین قالب‌هایی تغییر فرم محدود به سطح بیلت می‌شود و مناطق داخلی بیلت بدون تغییر فرم از قالب خارج می‌شوند.

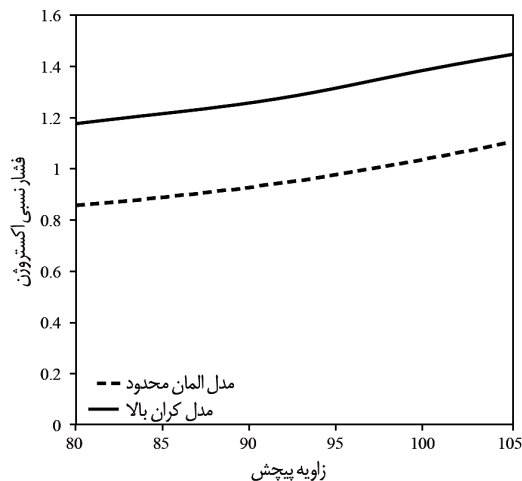
شکل (۹) تغییرات تنش نسبی را بر حسب طول قالب نشان می‌دهد. مطابق این شکل، یک طول بحرانی برای قالب وجود دارد که در آن، میدان سرعت به شکل قابل توجهی تغییر پیدا می‌کند. برای طولی کمتر از طول بحرانی قالب، مدل یک سطح برشی داخلی را پیشنهاد می‌کند؛ در حالی که برای طول‌های بزرگ‌تر از آن، سطح برشی داخلی ناپدید شده و به صفر میل می‌کند، یعنی  $R_p = 0$ .



شکل (۷) تغییرات سهم توان تلفاتی داخلی، اصطکاکی و برشی در فشار نسبی اکستروژن نسبت به شعاع داخلی نسبی،  $R_p/r_0$  در قالبی با  $m=0.2$  و  $l/r_0=0.5$ .



شکل (۸) تغییرات فشار نسبی اکستروژن در مقابل  $R_p/r_0$  در قالب با شرایط  $\bar{\epsilon} = 1$ ،  $a = 1/1$  و  $m = 0.2$ .



شکل (۶) مقایسه بین فشار اکستروژن در زوایای پیچش مختلف توسط مدل حاضر و تحلیل المان محدود، طول قالب ۳۰ میلی‌متر، شعاع داخلی ۱۰ میلی‌متر، و ضریب اصطکاک ۰/۱.

شکل (۷)، اثر شعاع هسته صلب،  $R_p$ ، را بر روی توان‌های داخلی، برشی و اصطکاکی نشان می‌دهد. همانگونه که انتظار می‌رود این پارامتر بر روی جمله اصطکاکی اثری ندارد. افزایش شعاع هسته صلب موجب افزایش توان تلفاتی برشی در حین اکستروژن می‌شود که این پدیده به علت افزایش سطح سطوح انفصال سرعت است. این در حالی است که این پارامتر تأثیر معکوسی بر روی توان تلفاتی داخلی دارد. در واقع با افزایش  $R_p$  حجم ماده تغییر فرم یافته و در نتیجه توان تلفاتی داخلی افت می‌کند. بنابراین در شعاع داخلی بهینه توان کل حداقل است.

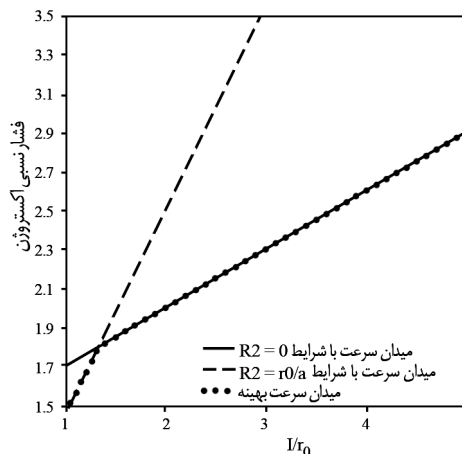
شکل (۸) تغییرات تنش نسبی،  $P_{Ext}/\bar{\sigma}$ ، را در مقابل شعاع داخلی،  $R_p$ ، برای طول‌های مختلف قالب نشان می‌دهد، جایکه کرنش معادل میانگین ثابت گرفته شده است. این مسئله جالب توجه است که در قالب‌های با طول کم، مقدار حداقل توان اکستروژن در  $R_p = r_0/a$  اتفاق می‌افتد، در حالی که در قالب‌های با طول بیشتر توان حداقل در  $R_p = 0$  رخ می‌دهد. بنابراین با افزایش طول قالب، میدان سرعت نیز بر طبق آن تغییر می‌کند و سطح برشی داخلی از بین می‌رود. به بیان دیگر، طول قالب نقش مهمی را بر توزیع کرنش در حین اکستروژن پیچشی ایفا می‌کند. مشکل اساسی

۵- نتیجه گیری

در این مقاله مدلی ریاضی برای تخمین انرژی مورد نیاز برای فرایند اکستروژن پیچشی ارائه شده است. در ابتدا، یک میدان سرعت مجاز با توجه به بقای جرم و توصیف هندسی قالب اکستروژن پیشنهاد شد و سپس از طریق بکارگیری روش کران بالایی انرژی لازم برای اکستروژن تخمین زده شد. مدل به کار گرفته شده قادر به لحاظ کردن اثرات فاکتورهای مختلف از قبیل هندسه قالب و مقدار زاویه پیچش بر روی میدان سرعت ایجاد شده است. مقایسه بین پیش‌بینی‌های مدل و نتایج تحلیل اجزا محدود سازگاری قابل قبولی را نشان می‌دهد.

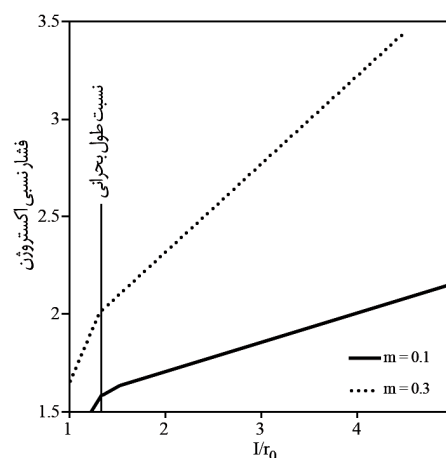
فهرست علائم

$\gamma$	زاویه چرخش مقطع قالب حول محور قالب
$f(z)$	تابع پیچش
$v_z$	سرعت محوری ماده
$v_\theta$	سرعت زاویه‌ای ماده
$v_o$	سرعت قطعه در ورود به قالب
$v_r$	سرعت شعاعی قطعه
$R_v$	شعاع هسته صلب
$l$	طول قالب در ناحیه پیچش
$\psi$	مقدار زاویه پیچش در طول کل قالب
$T_i$	تنش‌های خارجی سطحی اعمالی بر سطح
$\dot{\omega}_i$	انرژی اتلاف شده برای تغییر شکل پلاستیکی
$\dot{\omega}_s$	انرژی مصرفی برای ناپیوستگی میدان سرعت
$\dot{\omega}_f$	توان تلفاتی ناشی از اصطکاک
$\dot{\omega}_{total}$	مقدار توان تلفاتی ماده در حین تغییر فرم



شکل (۹) تغییرات فشار نسبی اکستروژن در مقابل  $l/r_0$ .

هندسه اولیه ماده شامل  $a$  و  $r_0$ ، طول بحرانی قالب را تغییر می‌دهد. بر اساس پیش‌بینی‌های مدل، طول بحرانی قالب برابر  $(\frac{4}{3})(\frac{r_0}{a})$  است. بنابراین، برای طول قالب کوچک‌تر از  $(\frac{4}{3})(\frac{r_0}{a})$ ، تغییر شکل بر روی ناحیه بیرونی بیلت رخ می‌دهد و ناحیه مرکزی تغییر شکل نمی‌یابد. همانگونه که در شکل (۱۰) نشان داده شده است افزایش ضریب اصطکاک همچنین به افزایش توان اصطکاکی و بنابراین افزایش فشار اکستروژن منجر می‌شود. از طرف دیگر، افزایش طول قالب نیز منجر به فشار اکستروژن بالاتر می‌شود که ناشی از افزایش توان اصطکاکی است. به هر حال می‌توان ملاحظه نمود که ضریب اصطکاک اثری بر طول بحرانی قالب ندارد و بنابراین این ضریب اثری بر میدان سرعت ندارد.



شکل (۱۰) تغییرات فشار نسبی اکستروژن برای ضرایب اصطکاک مختلف.



## مراجع

- [1] Valiev R.Z., Korznikov A.V., Mulyukov R.R., Structure and properties of ultrafine-grained materials produced by severe plastic deformation, *Mater. Sci.*, A168, 1993, pp. 141–148.
- [2] Segal V.M., Equal channel angular extrusion: from macromechanics to structure formation, *Mater. Sci. Eng.*, A271, 1999, pp. 322–333.
- [3] Saito Y., Tsuji N., Utsunomiya H., Sakai T., and Hong R.G., Ultra-fine grained bulk aluminum produced by accumulative roll-bonding (ARB) process, *Scr. Mater.*, 39(9), 1998, pp.1221–1227.
- [4] Salishchev G.A., Valiakhmetov O.R., and Galeev R.M. , Formation of submicro crystalline structure in the titanium alloy VT8 and its influence on mechanical properties, *J. Mater. Sci.*, 28, 1993, pp. 2898–2902.
- [5] Su J.Q., Nelson T.W., Sterling C.J., , A new route to bulk nanocrystalline materials, *J. Mater. Res.*, 18, 2003, pp. 1757.
- [6] Beygelzimer Y.E., Varyukhin V.N., Synkov V.G., and Synkov S.G., *Severe plastic deformations of the materials under twist hydro extrusion*, *Phys. Technol. High Press.*, 10(2), 2000, pp. 24.
- [7] Ma X., Barnett M.R., and Kim Y.H., , Forward extrusion through steadily rotating conical dies, part II: theoretical analysis, *Int. J. Mech. Sci.*, 46, 2004, pp. 465–489.
- [8] Orlov D., Reshetov A., Synkov A., Varyukhin V.N., Lotsko D., Sirko O., Zakharova N., Sharovsky A., Voropaiev V., Milman Y., and Synkov S.G, Nanostructured materials by high pressure severe plastic deformation, NATO Sci. Ser. II, Math. Phys. Chem., 2006, pp. 212, 277.
- [9] Varyukhin V., Beygelzimer Y., Synkov S., and Orlov D., , Application of twist extrusion, *Mater. Sci. Forum*, 2006, pp. 503–504, pp. 335–339.
- [10] Seyed Salehi M., Serajzadeh S., A new upper bound solution for analysis of twist extrusion process with elliptical die cross-section, *Proc. IMechE Vol. 223 Part C: J. Mechanical Engineering Science.*, 2009.